Mathematisches Institut
Universität Münster
Priv.-Doz. Thilo Kuessner 12. Juni 2009

Algebra und Zahlentheorie, SS 2009, Aufgabenblatt 8

Aufgabe 1:

Überprüfen Sie für alle $n < 25$ die folgende Aussage:

$$2^n \equiv 2 \; mod \; n \Longleftrightarrow n \text{ ist eine Primzahl.}$$

Hinweis: Die Aussage $A \Longleftrightarrow B$ bedeutet, dass die Aussagen A und B entweder beide richtig oder beide falsch sein müssen.

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, dass die Aussage aus Aufgabe 1 für $n = 341$ falsch ist, das heisst: Beweisen Sie, dass 341 keine Primzahl, aber trotzdem $2^{341} \equiv 2 \; mod \; 341$ ist.

Aufgabe 3:

Geben Sie alle invertierbaren Restklassen a modulo 15 an und lösen Sie jeweils die Gleichung

$$ax \equiv 1 \; mod \; 15.$$

Aufgabe 4:

Berechnen Sie

$$\sum_{d|n} \phi(d)$$

für

- n=24
- n=35
- n=36
- n=p (eine allgemeine Primzahl)

Stellen Sie (ohne Beweis) eine allgemeine Vermutung über den Wert von $\sum_{d|n} \phi(d)$ auf.

Hinweis: $\sum_{d|n} \phi(d)$ bedeutet, dass die Summe von $\phi(d)$ über alle Teiler d von n gebildet wird, z.B. ist $\sum_{d|6} \phi(d) = \phi(1) + \phi(2) + \phi(3) + \phi(6)$ oder $\sum_{d|5} \phi(d) = \phi(1) + \phi(5)$.

Abgabe 23. Juni 2009, 12:15 Uhr.