

Algebra und Zahlentheorie, SS 2009, Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1:

Primzahlzwillinge sind Primzahlen p und q mit $q = p + 2$.
Bestimmen Sie alle Primzahlzwillinge (p, q) mit $q < 200$.

Hinweis:

Eine Liste der ersten 47 Primzahlen bekommt man in SAGE mit dem Befehl

$$x = \text{primes_first_n}(47)$$

x

Aufgabe 2:

Beweisen Sie die folgende Regel für die **Teilbarkeit durch 13**.

*'Entferne die letzte Ziffer und
subtrahiere 9 mal diese Ziffer von der gebliebenen Zahl'.*

Das Ergebnis ist genau dann durch 13 teilbar, wenn die ursprüngliche Zahl durch 13 teilbar war. (Hinweis: $4 \times 10 = 3 \times 13 + 1$)

Untersuchen Sie durch (evtl. mehrmalige) Anwendung dieses Verfahrens, ob 19773 und 50661 durch 13 teilbar sind.

Aufgabe 3:

Die Fibonacci-Folge $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei definiert durch

$$f_1 = 1, f_2 = 1, f_{n+2} = f_n + f_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Finden Sie alle durch 3 teilbaren f_n mit $n < 30$.

Aufgabe 4:

Sei $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ die Fibonacci-Folge aus Aufgabe 3. Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ die aufeinanderfolgenden Glieder f_n und f_{n+1} teilerfremd sind.

Abgabe 12. Mai 2009, 12:15 Uhr.