

## Algebra und Zahlentheorie, SS 2009, Aufgabenblatt 1

### Aufgabe 1:

Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

- a) Die Summe der ersten  $n$  ungeraden natürlichen Zahlen ist  $n^2$ .
- b) Die Summe der ersten  $n$  geraden natürlichen Zahlen ist  $n^2 + n$ .

### Aufgabe 2:

Aus den Zahlen von 1 bis 100 werden 51 *aufeinanderfolgende* ganze Zahlen ausgewählt. Beweisen Sie, dass es in dieser Menge zwei Zahlen  $m$  und  $n$  mit

$$m = 2n$$

gibt.

### Aufgabe 3:

Beweisen Sie, dass

402402000000000007, 412412000000000007, 422422000000000007, 432432000000000007,  
442442000000000007 und 452452000000000007

durch 7 teilbar sind.

### Aufgabe 4:

Seien  $a, b, c$  ganze Zahlen. Beweisen Sie:

- Aus  $c \mid a$  und  $c \mid b$  folgt  $c^2 \mid ab$ .
- Aus  $c \mid b$  und  $b \mid a$  folgt  $c^2 \mid a^2$ .
- Aus  $a^2 \mid b$  folgt  $a^4 \mid b^2$ .
- Aus  $a^3 \mid b$  folgt  $a^4 \mid b^2$ .

Abgabe 28. April 2009, 12:15 Uhr.