

**Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, WS 2020/21,
Aufgabenblatt 8**

Aufgabe 1:

Gegeben sei die reellwertige Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 2y + 37$$

und die Nebenbedingung

$$x + 2y = 39.$$

- a) Bestimmen Sie mit Hilfe von Lagrange-Multiplikatoren Kandidaten für Extremalstellen von f unter der Nebenbedingung g .
- b) Welche dieser Kandidaten sind tatsächlich Extremalstellen von f unter der Nebenbedingung g ? Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Determinanten von

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 4 & 1 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Für die ersten beiden Matrizen können Sie die Formeln aus der Vorlesung verwenden. Für die dritte verwenden Sie den Gauß-Algorithmus, wobei eine Zeilenvertauschung notwendig ist.

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren von $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 4:

Berechnen Sie einen Eigenvektor von $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ zum Eigenwert $\lambda = 3$.

Aufgabe 5:

a) Sei λ ein Eigenwert der Matrix A . Warum ist dann λ^2 ein Eigenwert der Matrix A^2 ? Verwenden Sie zur Begründung die Definition von Eigenwert und Eigenvektor.

b) Verwenden Sie das charakteristische Polynom und den Satz über die transponierte Determinante um nachzurechnen, dass A und A^T dieselben Eigenwerte haben.