

**Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, WS 2020/21,
Aufgabenblatt 7**

Aufgabe 1:

Wir betrachten die Nutzenfunktion

$$f(x, y) = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}.$$

- a) Lösen Sie $f(x, y) = c$ nach $y = y(x)$ auf, und berechnen Sie die Substitutionsrate $y'(x)$.
- b) Berechnen Sie die Substitutionsrate unter Verwendung von $\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y}$ und rechnen Sie nach, dass diese Rate mit der in a) berechneten übereinstimmt.
- c) Maximieren Sie den Nutzen unter der Nebenbedingung $g(x, y) = x + y = 3000$ mit Hilfe des Ansatzes von Lagrange.

Aufgabe 2:

Wir betrachten die Gleichung

$$g(x, y, z) = xy + z = c.$$

- a) Die Gleichung ist sehr einfach nach $z = z(x, y)$ aufzulösen. Berechnen Sie den Gradienten von $z(x, y)$ durch direktes Auflösen und mit Hilfe des Satzes über die implizite Ableitung, also mit $\text{grad}z(x, y) = -\left(\frac{g_x}{g_z}, \frac{g_y}{g_z}\right)$.
- b) Lösen Sie die Gleichung auf gleiche Weise nach $x = x(y, z)$ auf.

Aufgabe 3:

Sei

$$g(x, y) = x^5 + x + y^5 + 2y.$$

Die Gleichung $g(x, y) = 5$ kann nicht algebraisch nach y aufgelöst werden.

- a) Finden Sie alle Lösungen von $g(1, y) = 5$.
- b) Berechnen Sie $y'(1)$ mit Hilfe des Satzes über die implizite Ableitung.