**Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, WS 2020/21,
Aufgabenblatt 5**

Aufgabe 1:

Die Absatzwirkung y einer Werbekampagne für ein Produkt hängt von den für zwei Medien eingesetzten Werbebudgets x_1, x_2 in folgender Weise ab:

$$y = f(x_1, x_2) = 7\sqrt{x_1 + 1} + 23 \ln(x_2) + 37$$

für $x_1, x_2 \leq 0$. Führen Sie die folgenden Berechnungen mit dem Taschenrechner bis auf zwei Nachkommastellen durch.

- Berechnen Sie $f(100, 100)$ sowie die partiellen Änderungsraten und Elastizitäten der Absatzwirkung bezüglich der beiden Werbebudgets für $(x_1, x_2) = (100, 100)$.
- Berechnen Sie die Veränderung der Absatzwirkung $\Delta f(100, 100) = f(100 + \Delta x_1, 100 + \Delta x_2) - f(100, 100)$ für $\Delta x_1 = 1, \Delta x_2 = 1$ näherungsweise mit der Formel aus der Vorlesung und vergleichen Sie mit dem exakten Wert.

Aufgabe 2:

Wir betrachten die von einem Parameter $a \in \mathbb{R}$ abhängende Funktion $f_a: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f_a(x, y) = x^2 + y^2 + axy.$$

- Verwenden Sie, sofern möglich, das Kriterium von Hurwitz um zu entscheiden, ob in $x = y = 0$ ein globales Minimum oder Maximum oder ein Sattelpunkt vorliegt.
- Im Fall $a^2 = 4$, also $a = \pm 2$, versagt das Kriterium. Wie kann man trotzdem begründen, dass in $x = y = 0$ ein globales Minimum vorliegt?

Aufgabe 3:

Zwei Produzenten A_1 und A_2 bieten je ein Gut an. Zwischen den Absatzvariablen x_1, x_2 und den Preisvariablen p_1, p_2 gelten folgende Beziehungen:

$$x_1 = 50 - 2p_1 - p_2, x_2 = 80 - p_1 - 3p_2.$$

Die Kosten sind gegeben durch:

$$c_1(x_1) = 30 + 2x_1, c_2(x_2) = 40 + 2x_2.$$

- a) Ermitteln Sie die Gewinnfunktionen g_1, g_2 beider Produzenten sowie die gemeinsame Gewinnfunktion $G = g_1 + g_2$, jeweils in Abhängigkeit von p_1, p_2 .
- b) Wie sind die Preise zu wählen, dass der gemeinsame Gewinn maximal wird? Geben Sie den maximalen gemeinsamen Gewinn an.
- c) Nach einem Streit setzt Produzent A_2 den Preis $p_2 = 16$. Wie hat dann A_1 den Preis p_1 zu wählen, damit g_1 maximal wird?
- d) Ist es für die Käufer des von A_1 angebotenen Gutes von Vorteil, wenn der Konflikt zwischen A_1 und A_2 beigelegt wird?