Mathematisches Institut Universität Eichstätt-Ingolstadt
Dr. Thilo Kuessner
Karin Wheeler 6. November 2020

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, WS 2020/21, Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1:

Ein Wachstum werde in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine Funktion $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$ modelliert, die durch

$$f(t) = \frac{t}{1+t}$$

für alle $t \geq 0$ gegeben ist.

a) Skizzieren Sie die Funktion mit einer Software.
b) Berechnen Sie die Ableitung der Funktion.
c) Ist die Funktion (streng) monoton wachsend oder fallend?
d) Berechnen Sie den Differenzenquotienten $\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}$ in $t = 1$ für $\Delta t = 0.1$, $\Delta t = 0.01$ und $\Delta t = 0.001$. Vergleichen Sie mit der Ableitung.
e) Begründen Sie die Näherungsformel $f(1 + \Delta t) \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\Delta t$.
f) Berechnen Sie die Elastizität der Funktion f.
g) Berechnen Sie die prozentuale Erhöhung von f an der Stelle $t = 10$ durch eine 1-prozentige Erhöhung von t, und vergleichen Sie mit der Elastizität in $t = 10$.

Aufgabe 2:

Sei $S(x)$ eine einfache Steuerfunktion, die bis auf einen Freibetrag von 10000 Euro einen Steuersatz von 25 Prozent erhebt.

a) Wie lautet diese Steuerfunktion? Unterscheiden Sie die Fälle $x \leq 10000$ und $x > 10000$.
b) Zeichnen Sie die Steuerfunktion und ihre Ableitung.
c) Zeichnen Sie den Steuersatz. Nimmt der Steuersatz monoton zu? Wo beträgt er 20 Prozent?
d) Berechnen Sie die Elastizität $\epsilon_S(x)$ für $x > 10000$.
e) Rechnen Sie für $x = 40000$, $x = 50000$ und $x = 60000$ jeweils aus, um wieviel die Steuerschuld prozentual zunimmt, wenn das Bruttogehalt um 1 Prozent steigt. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der durch die Elastizität gegebenen Näherungsformel.
f) Warum kann man für die absolute Zunahme des Nettogehalts bei 1 Prozent Gehaltserhöhung die Näherungsformel $\frac{1}{100}x(1 - S'(x))$ verwenden?

Aufgabe 3:

a) Zeichnen Sie die Nachfragefunktion

$$N(p) = \left\{ \begin{array}{cc} 500 - 0.5p & p \leq 1000 \\ 0 & p \geq 1000 \end{array} \right\}$$

b) Wie lautet die Elastizität dieser Funktion, und wo ist sie definiert? Zeichnen Sie grob die Elastizitätsfunktion.
c) Maximieren Sie den Erlös.
d) Machen Sie dasselbe für $N(p) = 500e^{-\frac{p}{500}}$.