Math. Institut der Univ. Siegen, Prof. Dr. U. Koschorke, Dr. T. Kuessner 12. Dezember 2005

Übungen zur Liegruppen-Vorlesung

Blatt 7

Aufgabe 1.

Sei $\rho : G \to GL(n, \mathbb{R})$ eine Darstellung und $A, B \in G$ mit $AB = BA$.
Zeigen Sie: wenn $\rho(A)$ n verschiedene Eigenwerte hat, dann ist auch $\rho(B)$ diagonalisierbar.

Aufgabe 2.

Die Darstellung $\rho : \mathbb{R} \to GL(2, \mathbb{R})$ sei gegeben durch

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass es auf $\mathbb{R}^2$ kein ρ-invariantes Skalarprodukt gibt.

Aufgabe 3.

Zeigen Sie, dass die Inklusion $O(n) \to GL(n, \mathbb{R})$ eine irreduzible Darstellung ist.

Aufgabe 4.

Wir fassen $\mathbb{R}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum auf.
Zeigen Sie, dass es unendlich viele $\mathbb{Q}$-Vektorraum-Endomorphismen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gibt, die nicht stetig sind.
Hinweis: jeder Vektorraum hat eine Basis.

Abgabe: Mittwoch, 4. Januar, 10.15 Uhr.
Aufgaben und (nach Abgabeschluß) Lösungsskizzen auf http://www.math.uni-siegen.de/~kuessner/lg.html