Prof. Dr. Frank Loose, Dr. Thilo Kuessner
Mathematisches Institut der Universität München

Seminar Knotentheorie

1. **Isotopien, Knotendiagramme, Seifertflächen**

Knoten sind isotop gdw. die Diagramme ihrer Projektionen durch Reidemeister-Bewegungen ineinander überführt werden können; jeder Knoten K hat eine Seifertfläche $F \subset \mathbb{S}^3$ mit $\partial F = K$; Beispiele von Knoten (Zöpfe, Brückenknoten); Berechnung der Homologie von $S^3 - K$.

[BZ] ch. 1, 2, 3A

2. **Fundamentalgruppe, Faserungen**

Wirtingerpräsentation von $\pi_1(\mathbb{S}^3 - K)$; $S^3 - K$ fasert über $\mathbb{S}^1$ gdw. $[\pi_1, \pi_1]$ endlich erzeugt ist; Beispiele von Faserungen.

[BZ] ch. 3B, 4, 5

3.* **Alexanderpolynom**

Alexander-Dualität $H_1(F) \times H_1(\mathbb{S}^3 - F) \to \mathbb{Z}$; Seifertform und -matrix A; zyklische Überlagerung $X_\infty \to \mathbb{S}^3 - K$; $H_1(X_\infty)$ als $\mathbb{Z}[\mathbb{Z}]$-Modul; Alexander-Ideal wird erzeugt von $tA - A^\tau$, unabhängig von F; Beispiele und Anwendungen.

[L] ch. 6, 7

4.* **Scheibenknoten**

S-Äquivalenz von Seifertmatrizen; Conwaypolynom; kombinatorische Berechnung; ω-Signaturen und Conwaypolynom als Hindernisse für Existenz einer differenzierbaren $\mathbb{D}^2 \subset \mathbb{B}^4$ mit $\partial \mathbb{D}^2 = K$.

[L] ch. 8

5. **Jones-Polynom**

kombinatorische Definition des Jones-Polynoms; Zusammenhang mit Arf-Invariante der Seifertform.

[L], ch. 3, 10

6. **Chirurgie-Präsentation von 3-Mannigfaltigkeiten**

jede geschlossene 3-Mannigfaltigkeit kann durch Dehn-Chirurgie an einem

Link in $\mathbb{S}^3$ konstruiert werden (Beweis benutzt Heegard-Zerlegungen von 3-Mannigfaltigkeiten und elementare Eigenschaften der Abbildungsklassengruppen von Flächen)

[L], ch. 12

7.* **Zöpfe und Reebblätterung in $\mathbb{S}^3$**

jeder Zopf in $\mathbb{S}^3$ berandet eine Markov-Fläche (d.h. Fläche mit bestimmter Lage zur Reebblätterung); Abschätzungen des Geschlechts gegen algebraische Invarianten in der Zopfgruppe.

[B], ch. 2

8. **Legendre-Knoten in $\mathbb{S}^3$**

Invarianten von Legendre-Knoten in Kontakt-Mannigfaltigkeiten; Bennequin-Ungleichung (Anwendung von Vortrag 7); unterscheide Kontaktstrukturen auf $\mathbb{S}^3$.

[B], ch. 3, 4

References

[BZ] G. Burde, H. Zieschang, *Knots*

[L] W.B.R. Lickorish, *An Introduction to Knot Theory*, Springer Graduate Texts in Mathematics **175**.

[B] D. Bennequin, *Entrelacements et equations de Pfaff*, Asterisque **107**.