Mathematisches Institut
Universität iEichstätt
Dr. Thilo Kuessner 17. April 2009

Integrationstheorie, WS 2020/21, Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1:

Sei $V\mathbb{R}^n$ ein echter Untervektorraum des $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass fr jede Teilmenge $W \subset V$ gilt $\mu(W) = 0$.

Aufgabe 2:

Für einen Maßraum $(X, \mathcal{A}, \mu)$ definieren wir $\nu(B) = \inf\{\mu(A) \colon A \in \mathcal{A}, B \subset A\}$ für beliebige Teilmengen $B \subset X$. Beweisen Sie, dass ν ein äußeres Maßist.

Aufgabe 3:

a) Zeigen Sie, dass jeder echte Untervektorraum $V \subset \mathbb{R}^n$ Lebesgue-Mass 0 hat.
b) Finden Sie Beispiele von Mengen $A, B \subset \mathbb{R}^n$, so dass A und B Lebesgue-Mass 0 haben, die Menge $A + B = \{a + b \colon a \in A, b \in B\}$ aber nicht.

Aufgabe 4:

Sei $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion. Zeigen Sie, dass $\{x \in \mathbb{R} \colon f'(x) = 0\}$ Lebesgue-Mass 0 hat.

Hinweis: Betrachten Sie $A_{n,\epsilon} = \left\{x \in \mathbb{R} \colon |x| < n, |f'(x)| < \frac{\epsilon}{2^n}\right\}$. Abgabe 28. April

2009, 12:15 Uhr.