

Geometrie, SS 2023, Aufgabenblatt 9

Aufgabe 1:

Auf einem Kreis mit Mittelpunkt M liegen drei Punkte A, B, C .

- Es sei $\angle MAB = 30^\circ$. Berechnen Sie (mit Begründung) $\angle MBA$, $\angle AMB$ und $\angle ACB$.
- Es sei $\angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$ und ein weiterer Punkt P liege auf dem Kreis zwischen B und C . Beweisen Sie, dass

$$|\overline{AP}| = |\overline{BP}| + |\overline{CP}|.$$

Aufgabe 2:

Wir betrachten die Ellipse mit Brennpunkten $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$ und $a = 9$ als Länge der großen Halbachse.

- Berechnen Sie die Exzentrizität e sowie b (die Länge der kleinen Halbachse).
- Bestimmen Sie die Haupt- und Nebenscheitel.
- Zeigen Sie, dass $P = (6, 5)$ auf der Ellipse liegt.
- Spiegeln Sie P an den Symmetrieachsen der Ellipse um drei weitere auf der Ellipse liegende Punkte zu erhalten. Geben Sie die Koordinaten dieser Punkte an.
- Skizzieren Sie die Ellipse.

Aufgabe 3:

Wir betrachten den Graphen der Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ sowie die beiden Punkte $F_1 = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$, $F_2 = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

- Multiplizieren Sie $(x + \frac{1}{x} - \sqrt{2})^2$ aus.
- Sei $P = (x, \frac{1}{x})$ mit $x > 0$ ein Punkt auf dem Graphen von f . Berechnen Sie $|\overline{PF_2}|^2$ und geben Sie $|\overline{PF_2}|$ ohne Verwendung der Wurzelfunktion an.
- Berechnen Sie $|\overline{PF_1}|^2$ und geben Sie $|\overline{PF_1}|$ ohne Verwendung der Wurzelfunktion an.
- Berechnen Sie $|\overline{PF_2}| - |\overline{PF_1}|$.

Abgabe 20. Juni 2023, 14:00 Uhr.