

Geometrie, SS 2023, Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1:

Finden Sie alle Bewegungen mit

$$f(1, 0) = (3, 4), f(-1, 0) = (5, 4).$$

Aufgabe 2:

In der euklidischen Ebene \mathbb{R}^2 seien die Punkte

$$a = (0, -1), b = (2, 0), c = (3, 1)$$

und

$$a' = (0, 1), b' = (-1, 3), c' = (-2, s)$$

gegeben; dabei sei $s \in \mathbb{R}$ ein reeller Parameter.

a) Man zeige, dass es genau eine affine Abbildung $f_s: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gibt mit

$$f_s(a) = a', f_s(b) = b', f_s(c) = c'.$$

b) Für welchen Wert von $s \in \mathbb{R}$ ist f_s eine Bewegung? Man zeige, dass in diesem Fall f_s eine Drehung ist, und bestimme das Drehzentrum und den Drehwinkel.

Aufgabe 3:

Für Punkte $p, q \in \mathbb{R}^2$ bezeichne \overline{pq} die (ungerichtete) Strecke zwischen p und q .

a) Geben Sie vier verschiedene Bewegungen $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ der Ebene \mathbb{R}^2 an, welche die Strecke $\overline{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}$ auf die Strecke $\overline{\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}}$ abbilden.

b) Bestimmen Sie $\phi_i \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ für $i = 1, 2, 3, 4$.

c) Geben Sie für jede der Bewegungen $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ an, um welchen Typ von Bewegung es sich handelt. Als Typen stehen zur Verfügung:

- Verschiebung,
- Drehung,
- Spiegelung (an einer Geraden),
- Gleitspiegelung.

Abgabe 23. Mai 2023, 14:00 Uhr.