

NOTICIAS Y COMENTARIOS

¿POR QUÉ LA PERSONA EN UNA FOTO NOS ESTÁ MIRANDO NO IMPORTA DONDE ESTAMOS?¹

Un día tuve una cena con los estudiantes que se graduaban en una fiesta de despedida en la Universidad Nacional de Seúl. Después de cenar nos fuimos a una cervecería. Mientras hablábamos mucho allí vi una gran foto de una chica atractiva en traje de baño en la pared. Ella me miraba con una sonrisa seductora. De repente, una buena idea matemática surgió a mi mente. Con una sonrisa de emoción hice una pregunta a los estudiantes. "¿Por qué esa chica me miraba todo el tiempo?"

Hubo un estallido de risas. Sin embargo, un estudiante no estuvo de acuerdo y dijo: "Ella me está mirando a mí también." Así que le hice otra pregunta más apropiada para un maestro. "¿Por qué esta chica está mirando a todos en esta sala?" Y añadí como profesor de matemáticas. "¿Por qué la persona de la foto está mirando a todos sin importar dónde estamos?"



Todos los estudiantes tomaron por cierto el hecho. Estaban tan acostumbrados a este fenómeno. La única respuesta que obtuve fue que es porque la foto está en un plano. Así que di una última lección de matemáticas a los estudiantes que se graduaban acerca de la chica atractiva en traje de baño.

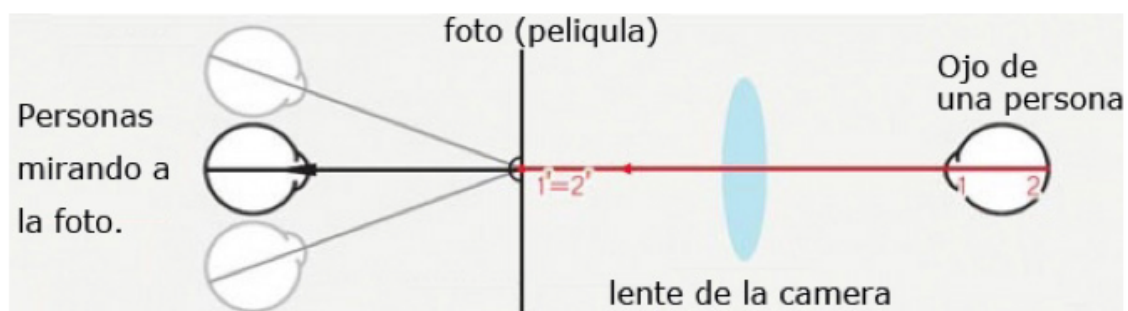
La respuesta a esta pregunta es propia de la geometría elemental. Todo el mundo tiene su línea de visión. La línea de visión es la línea determinada por la pupila y la mácula de una persona. La mácula, o la mancha amarilla, es el centro de la retina del ojo. Así la línea de visión es como una línea en la geometría euclidiana, que se determina de forma única por dos puntos en el espacio. La luz pasa a través de la pupila de una persona y, a continuación estimula los nervios ópticos en su retina. Mientras que

¹ Traducción de Carlo Giovanni Madonna de la publicación: Jaigyoung Choe, Why is the person in a photo looking at us no matter where we are?, The KIAS Newsletter, Vol.4, 2012, p.40-42.

estamos viviendo en un espacio tridimensional, las líneas humanas de vista viajan de aquí para allá en el espacio. Cuando dos líneas de visión se solapan y coinciden decimos que las dos personas se están mirando el uno al otro en los ojos.

Cuando se toma la fotografía a la chica, ella mira a la lente de la cámara, por lo que la lente se encuentra en su línea de visión. Pero la línea de visión de la mujer de la foto resultante se convierte en un punto. Esto es debido a que tomando una foto estamos proyectando las líneas a través de la lente sobre los puntos de la foto. Como resultado, la cámara transforma el espacio de tres dimensiones en una imagen de dos dimensiones. Por lo tanto, la línea de visión que mira en la cámara se reduce a un punto.

La clave aquí es que este punto es en realidad doble solapándose la pupila y la mácula de la mujer. Por lo tanto, cualquier línea que sale de este punto se convierte en la línea de visión de la mujer de la foto. En consecuencia, la mujer está mirando en todas las direcciones. Así que cuando nos encontramos ante este doble punto, no importa donde estemos, nuestra línea de visión coincide con la de ella, y por lo tanto nos parece que ella nos está mirando. El núcleo matemático de este fenómeno es que dos puntos distintos determinan una sola línea, mientras que hay un número infinito de líneas que pasan por un punto doble. Esta es la razón por la cual una persona en una foto puede contemplarnos dondequiera que estemos.



Decimos que 2 personas se están mirando en los ojos cuando las pupilas (1) y las máculas (2) están sobre la misma línea. En la foto la pupila (1') y la mácula (2') coinciden en un solo punto, así que CUALQUIER persona que mira la foto y la persona en la foto están mirando en los ojos.

¿Qué pasa con la mujer en la segunda foto? Ella no mira a los ojos, no importa dónde nos movemos. La razón es la siguiente. Cuando ella no mira a la cámara, su pupila y mácula no coinciden en la foto. Así que su línea de visión se convierte en una sola línea, pero, por desgracia, esta línea se encuentra en el plano de la foto. Por lo tanto ella no puede mirarnos. Podríamos obligarla a mirarnos si ponemos nuestros ojos en el plano de la foto. Pero entonces su imagen se convertiría en una línea unidimensional y por lo tanto sería irreconocible.

Estos fenómenos extraños se producen debido a la proyección forzada de una persona en tres dimensiones en una foto de dos dimensiones. La reducción de la dimensión es la causa. Hay una novela clásica de 1884 llamada Flatland escrita por el maestro de



escuela Inglés Edwin A. Abbott sobre el mundo de dos dimensiones. Se habla de un encuentro heurístico de un cuadrado de dos dimensiones con una esfera tridimensional. El cuadrado es visitado por la esfera, que le enseña hechos increíbles acerca de Spaceland e incluso le dice que desde el espacio se puede ver en su interior como por ejemplo el estómago. Desconcertada, el cuadrado no cree a la esfera.

Así que la esfera lleva el cuadrado a Spaceland para mostrarle la dimensión extra, y con el tiempo la mente de la plaza se abre a las nuevas dimensiones. Dando un paso adelante, el cuadrado trata de convencer a la Esfera de la posibilidad teórica de la existencia de un espacio más amplio, el espacio de cuatro dimensiones. A partir de ahí, el cuadrado desea ver el interior de la esfera, sus intestinos. Ofendido por la presunción del cuadrado e incapaz de comprender la cuarta dimensión, la esfera devuelve el cuadrado a Flatland en desgracia.

Al igual que los habitantes de Abbott de Pointland, Lineland, Flatland y Spaceland, los seres humanos son a veces reacios a ampliar sus horizontes, y para imaginar lo que está más allá de los límites de su conocimiento. Aunque es difícil entrar en dimensiones más altas, las bajas dimensiones son fáciles de poner en perspectiva. Cada ser humano vive en cuatro dimensiones del espacio-tiempo, el manejo hábil y rápido análisis de mil piezas de información tridimensional, bidimensional y

unidimensional que se originan a partir de los fenómenos de cuatro dimensiones. De esta manera, sin embargo, convirtiendo una persona en tres dimensiones en una imagen de dos dimensiones en una foto, como resultado obtenemos que la persona en la foto está mirando a nosotros, no importa donde estemos.

Jaigyoung Choe²

² Korea Institute for Advanced Study. choe@kias.re.kr

UNA COLECCIÓN DE LIBROS PUBLICADOS POR EL INSTITUTO DE INVESTIGACION EN CIENCIAS MATEMÁTICAS Y LA SOCIEDAD AMERICANA DE MATEMÁTICAS SOBRE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Los círculos matemáticos vienen desde lejos. Se originan principalmente en Europa del Este durante la primera mitad del siglo pasado, especialmente en la Unión Soviética, en Bulgaria y en Rumanía. Por razones históricas han tardado más de medio siglo en difundirse y radicarse, en Estados Unidos de América (EEUU) por ejemplo o bien en el mundo occidental. En algunos países han aparecido más tarde como *Mathematical clubs* (por ejemplo en EEUU) o *Laboratori* (por ejemplo en Italia).

Son dirigidos por académicos, profesores universitarios, de institutos o de colegios, maestros o padres entusiastas que deseen compartir su interés y amor por las matemáticas. Para poner en marcha un círculo, a cualquier nivel escolar sea dirigido, siempre se necesita un "conocimiento profundo de las matemáticas fundamentales" (según Liping Ma¹).

Los Círculos no son academias de refuerzo ni imparten clases de recuperación. La idea es fomentar y desarrollar en los participantes las habilidades de razonamiento e investigación más que "adelantar temario" de los currículos.

En ellos se presta especial atención a las ideas matemáticas y las técnicas que se utilizan para aprender lo que de alguna forma se podrían considerar los pilares de la matemática escolar y elemental. Dicho de otra forma manejar bien los conceptos y las propiedades básicas para poder "investigar" en matemática escolar o elemental.

Para concretar un poquito más, y explicar lo que queremos decir arriba, se podría pensar al Teorema de Pitágoras para los triángulos rectángulos, y preguntarnos si es posible formular una proposición parecida, pero para triángulos no rectángulos. Para los participantes de un círculo de educación primaria o secundaria el problema con una probabilidad muy alta no tiene una solución obvia, cierta, es decir: es un problema difícil. Aunque la literatura matemática ya tiene referencias y tiene también sus enunciados ya publicados e bien conocidos por los matemáticos. Lo mismo sería si se preguntara lo mismo a cualquier adulto con un nivel educativo escolar de "secundaria".

¹ Liping Ma, *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States* (Studies in Mathematical Thinking and Learning Series), Routledge 2010, p.232. ISBN-13: 978-0415873840

Dicho de otra manera los círculos inician de alguna manera a la investigación sobre temas que en general ya son bien conocidos en literatura, aunque ofrecen un nivel de dificultad bastante importante respecto al nivel de conocimientos de los estudiantes a los que se les proponen. Esta es la única diferencia entre la investigación científica del mundo académico y la investigación desarrollada en los círculos educativos.

Recientemente, el Mathematical Science Research Institute (MSRI para abreviar) y la American Mathematical Society (AMS para abreviar) decidieron publicar una serie dedicada a los "Círculos Matemáticos" una serie llamada "Mathematical Circle Library" publicando conjuntamente una serie de libros de especial interés en Educación Matemática.

Los libros están dirigidos principalmente a la comunidad de Maestros de Educación Infantil, Primaria y Profesores de Educación Secundaria y, por supuesto a sus respectivos formadores académicos.

De hecho, los libros de esta serie provienen de varias fuentes: son traducciones de libros rusos u orientales, o bien referencias bibliográficas internacionales sobre las experiencias reales de círculos matemáticos propuestos en distintas culturas y lugares del mundo.

El primer volumen se publicó en 2008 y le siguieron una docena hasta nuestros días. El listado completo es el siguiente, y se pueden consultar nuevas publicaciones en las páginas web <http://library.msri.org/msri-mcl/> y <http://www.ams.org/bookstore/mclseries>:

- A Decade of the Berkeley Math Circle: The American Experience, Volume II - *Zvezdelina Stankova y Tom Rike*, Editors - AMS | MSRI, 2014, approx. 363 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-4912-3, ISBN-13: 978-0-8218-4912-5, MCL/14
- The ARML Power Contest - *Thomas Kilkelly*, AMS | MSRI, 2014, 376 pp., Softcover, ISBN-10: 1-4704-1880-0, ISBN-13: 978-1-4704-1880-9, MCL/15
- Math Circles for Elementary School Students - *Natasha Rozhkovskaya*, AMS | MSRI, 2014, 166 pp., Softcover, ISBN-10: 1-4704-1695-6, ISBN-13: 978-1-4704-1695-9, MCL/13

- Invitation to a Mathematical Festival - *Ivan Yashchenko*, AMS | MSRI, 2013, 172 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-6905-1, ISBN-13: 978-0-8218-6905-5, MCL/12
- Mathematical Circle Diaries, Year 1: Complete Curriculum for Grades 5 to 7 - *Anna Burago*, AMS | MSRI, 2012, 335 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-8745-9, ISBN-13: 978-0-8218-8745-5, MCL/11
- Integers, Fractions and Arithmetic: A Guide for Teachers - *Judith D. Sally y Paul J. Sally, Jr.*, AMS | MSRI, 2012, 208 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-8798-X, ISBN-13: 978-0-8218-8798-1, MCL/10
- Euclidean Geometry: A Guided Inquiry Approach - *David M. Clark*, AMS | MSRI, 2012, 127 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-8985-0, ISBN-13: 978-0-8218-8985-5, MCL/9
- A Moscow Math Circle: Week-by-week Problem Sets - *Sergey Dorichenko y Kvant Magazine* - AMS | MSRI, 2012, 240 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-6874-8, ISBN-13: 978-0-8218-6874-4, MCL/8
- Moscow Mathematical Olympiads, 2000-2005 - *Roman Fedorov, Alexei Belov, Alexander Kovaldshi, y Ivan Yashchenko*, Editors - AMS | MSRI, 2011, 176 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-6906-X, ISBN-13: 978-0-8218-6906-2, MCL/7
- Introduction to Functional Equations: Theory and problem-solving strategies for mathematical competitions and beyond - *Costas Efthimiou*, AMS | MSRI, 2011, 363 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-5314-7, ISBN-13: 978-0-8218-5314-6, MCL/6
- Math from Three to Seven: The Story of a Mathematical Circle for Preschoolers - *Alexander Zvonkin*, AMS | MSRI, 2011, 300 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-6873-X, ISBN-13: 978-0-8218-6873-7, MCL/5

- Moscow Mathematical Olympiads, 1993-1999 - *Roman Fedorov, Alexei Belov, Alexander Kovaldzhi, y Ivan Yashchenko*, Editors - AMS | MSRI, 2011, 220 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-5363-5, ISBN-13: 978-0-8218-5363-4, MCL/4
- Geometry: A Guide for Teachers - *Judith D. Sally y Paul J. Sally, Jr.*, AMS | MSRI, 2011, 202 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-5362-7, ISBN-13: 978-0-8218-5362-7, MCL/3
- Circle in a Box - *Sam Vandervelde*, AMS | MSRI, 2009, 217 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-4752-X, ISBN-13: 978-0-8218-4752-7, MCL/2
- A Decade of the Berkeley Math Circle: The American Experience, Volume I - *Zvezdelina Stankova y Tom Rike*, Editors - AMS | MSRI, 2008, 326 pp., Softcover, ISBN-10: 0-8218-4683-3, ISBN-13: 978-0-8218-4683-4, MCL/1

En este mismo número se publica una reseña del vol.5 del autor A. Zvonkin.

Carlo Giovanni Madonna²

² Universidad Autónoma de Madrid, Facultad de Formación de Profesorado y Educación, Campus de Cantoblanco, C/ Fco. Tomás y Valiente 3, Madrid E-28049-Spain. carlo.madonna@uam.es

ESCUELA DE CIENCIAS PARA ESTUDIANTES SUPERDOTADOS EN SEÚL (COREA DEL SUR)¹

¿Superdotado se nace o se educa? Es una pregunta bastante natural.

En Corea del Sur, la educación es uno de los temas más sensibles a nivel social. Así, resulta muy frecuente que los padres quieran saber si sus hijos son superdotados desde una edad muy temprana. En general, si se dan cuenta que sus hijos resuelven bien y, fácilmente, los problemas de matemáticas, quieren “*educarles*” como se educa y se forma a una persona superdotada.

Por otro lado, los coreanos se sienten orgullosos de las altas puntuaciones que sus jóvenes consiguen en pruebas como el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA) o el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS). Sin embargo, el hecho que hasta ahora ningún coreano haya sido galardonado ni con un Premio Nobel (para las Ciencias) ni con una Medalla Field para las Matemáticas, provoca un sentimiento de aprensión y preocupación sobre todos el ámbito educativo. Por esta razón el Estado ha decidido invertir muchos recursos en programas educativos para la formación de los estudiantes superdotados.

Con el propósito de fomentar los recursos humanos en las Ciencias y las Tecnologías, para garantizar un buen nivel de competencia no solo en ámbito nacional, sino en la sociedad global del conocimiento y de la información del siglo XXI, actualmente en todo el territorio nacional existen cuatro *escuelas de ciencias para superdotados* de nivel correspondiente al cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), primero y segundo curso de bachillerato.

Una de las cuatro escuelas, situada en el centro de Seúl, corresponde a la escuela de ciencias que fue inaugurada como una *escuela con fines especiales de ciencias* en el año 1989. Posteriormente, en 2009, se convirtió en *escuela de ciencias para superdotados*. Este tipo de escuelas con fines especiales en Corea del Sur se dividen en dos tipos: una, principalmente orientada al estudio de las lenguas extranjeras y otra al estudio de las ciencias.

Hoy en día existen alrededor de unas 20 escuelas con fines especiales de ciencias y unas 30 para las lenguas extranjeras, distribuidas en todo el territorio nacional.

¹ Entre ellas hemos visitado la “escuela Seúl de ciencia para superdotados”, en el ámbito de las actividades desarrolladas dentro del proyecto de cooperación internacional Santander UAM-ASIA entre la Universidad Autónoma de Madrid y la Hankuk University of Foreign Studies.

Dentro de las escuelas con fines especiales de ciencias cuatro han sido elegidas como escuelas de ciencias para superdotados, dirigidas exclusivamente a los estudiantes interesados en las ciencias naturales e ingenierías dotados de muy altas capacidades intelectuales para el estudio.

CURRÍCULO Y OFERTA FORMATIVA

Una primera característica de la escuela es que los estudiantes se matriculan como internos, esto quiere decir que a lo largo de la semana escolar todos los estudiantes se alojan en la escuela, mientras el fin de semana vuelven a sus casas. La escuela está dotada de gimnasios, bibliotecas, salas de estudios, cafeterías, y todas las demás facilidades.

En este tipo de escuela destaca el alto grado de autonomía en el diseño del currículo.

Dicho currículo se caracteriza por ser altamente interdisciplinario, cubriendo unos contenidos mínimos en cada asignatura y área de conocimiento, pero al mismo tiempo ofreciendo temarios más avanzados y orientados a los intereses y conocimientos de cada estudiante en áreas e temáticas muy específicas.

El sistema de graduación se basa en créditos. Para graduarse el estudiante tiene que cursar 180 créditos a lo largo de los tres cursos escolares y defender al final una tesis. De estos créditos 154 se cursan en las distintas asignaturas y 26 en trabajos de investigación. Además, el estudiante debe cumplir con por lo menos 240 horas dedicadas a actividades especiales: 120 horas en actividades creativas desarrolladas en grupo, y 120 horas de actividades de voluntariado social.

Es importante tener en cuenta que el sistema de graduación por créditos permite la graduación temprana de los estudiantes. Por ejemplo, en el año 2011 de los 120 estudiantes graduados, 18 (15%) se graduaron en sólo dos años es decir con un año de antelación.

Otro aspecto relevante se refiere a que la escuela ofrece un proyecto educativo llamado *advanced placement program*. En él se permite cursar estudios universitarios a lo largo de los cursos escolares, que luego vienen reconocidos por la mayoría de las universidades sur coreanas.

EL PROFESORADO

El profesorado de la escuela está compuesto por 79 docentes, de estos el 21% son doctores, el 14% han cursados estudios de tercer ciclo, el 42% tienen algún título de máster, el 11% ha cursado estudios de posgrado, y el 11% solo tiene un título de grado.

El número de alumnos para cada profesor es de 4,3 y la dedicación en horas de clase del profesorado de lenguas es de 11 horas y la del profesorado de ciencias es de 7,5 horas, en promedio semanal

EL ALUMNADO

Para el curso 2011-2012, sirva solo como ejemplo, 120 estudiantes fueron admitidos sobre un total de 2047 solicitantes, es decir el 5,86% de los solicitantes. Entre ellos, en la fecha de solicitud y admisión, 2 estudiantes cursaban primero de la ESO, 16 segundo de la ESO, y 101 tercero de la ESO, siendo admitidos al curso equivalente al cuarto de la ESO.

PROGRAMA R&E (Research and Education)

El Programa R&E (Research and Education) es un proyecto del Ministerio de Educación para el fortalecimiento de las actividades de investigación con el fin de mejorar la creatividad.

El objetivo principal consiste en mejorar las habilidades de investigación y las habilidades de resolución de problemas de manera creativa de los estudiantes superdotados mediante un programa de colaboración con profesores universitarios. También pueden ser investigadores doctores de centros de investigación, en el caso de utilizarse las instalaciones de centros científicos.

Los estudiantes matriculados en el segundo curso eligen unos temas de investigación según un sistema de preferencias. La escuela asigna los temas a los alumnos según la disponibilidad y el interés del profesorado para los temas propuestos. Esta actividad de investigación recibe una financiación entre 5000 y 6000 euros por proyecto.

Los resultados finales vienen ilustrados a la presencia de un tribunal de expertos en el que se incluye un miembro externo a la escuela. En algunos casos estos resultados son publicados en revistas científicas internacionales (véase un ejemplo).

TESIS Y SU DEFENSA

A lo largo del último año escolar los alumnos redactan una tesis sintetizando sistemáticamente el conocimiento adquirido y los resultados de la investigación científica obtenidos sobre el tema anteriormente elegido. Todo eso es posible en gran medida gracias al programa R&E y a la colaboración continua entre la escuela y las universidades y centros de investigación. La tesis finalmente tiene que ser defendida ante un tribunal.

SEGUIMIENTO DE LA CALIDAD

Como parámetros de calidad se pueden tomar los resultados obtenidos en las Olimpiadas Internacionales de Ciencias los últimos 5 años:

Año	2009	2010	2011	2012	2013
Número de estudiantes sur coreanos premiados	31	31	39	37	36
Número de estudiantes sur coreanos premiados matriculados en la escuela	14	14	18	17	15

Y para las matemáticas, podemos añadir, que en las últimas Olimpiadas Internacionales del 2014, todos los 6 representantes de Corea del Sur fueron estudiantes matriculados en esa escuela. Como resultados globales destacamos que 2 estudiantes ganaron una medalla de oro y 4 una medalla de plata.

CONCLUSIONES

La pregunta si superdotados se nacen o se educan es una pregunta difícil de contestar especialmente en Corea del Sur porque los niños reciben sus primeras clases desde edades muy tempranas. Sin embargo, lo que está claro es que ya desde los primeros cursos de la educación secundaria obligatoria hay estudiantes que se aburren en clase por sus altas capacidades.

La escuela de ciencias para superdotados anima a sus alumnos a desarrollar sus intereses científicos que no cumplirían si hubieran sido matriculados en un colegio regular. Los estudiantes en esta escuela especial para superdotados se sienten cómodos estudiando con compañeros con el mismo nivel de capacidades y pueden dedicar su tiempo a sus intereses científicos preparando su estudio universitario.

"El empoderamiento de las mentes creativas convergentes" es el eslogan de esta escuela de Seúl. Como dice el eslogan, los alumnos no solo estudian sino que también

desarrollan sus intereses. Así, por ejemplo, proyectan y construyen aviones o drones que son conducidos por control remoto como actividad extraescolar. Así, los alumnos pueden poner en práctica conceptos relacionados con la física (tipos de ondas, tipos de rotores., sustentación, aerodinámica...), por ejemplo, a través de la elaboración de maquetas a escala de prototipos reales.

Está claro que si un niño tiene un gran talento para la música o bien para el fútbol, sería muy bueno darle la oportunidad de recibir entrenamiento especial. Asimismo dar la oportunidad de recibir una educación especial a un niño que tenga un gran talento en matemáticas o bien en ciencias beneficia no solo a él mismo sino a la sociedad entera por la relevancia de las ciencias en las aplicaciones y desarrollo de las sociedades del futuro.

Por lo visto, hay muchas semejanzas entre las escuelas de ciencias para superdotados y por ejemplo el programa de bachillerato de excelencia de la Comunidad de Madrid. Sobre eso volveremos a escribir en otra ocasión.

La página web de la escuela se encuentra a la dirección <http://www.sshs.hs.kr/>

Young Rock Kim¹
Carlo Giovanni Madonna²
Seong Suk Park³

¹ Major in Mathematics Education. Graduate School of Education. Hankuk University of Foreign Studies 270 Imun-dong, Dongdaemun-Gu, Seoul, Korea, 130-791. rocky777@hufs.ac.kr

² Facultad de Formación del Profesorado y Educación, Universidad Autónoma de Madrid. Campus de Cantoblanco C/Fco. Tomás y Valiente 3. Madrid E-28049-Spain, carlo.madonna@uam.es

³ Facultad de Formación del Profesorado y Educación, Universidad Autónoma de Madrid. Campus de Cantoblanco C/Fco. Tomás y Valiente 3. Madrid E-28049-Spain. seong.park@uam.es